

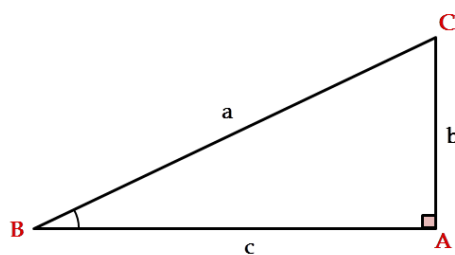


$$\sin : \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول وتر}} \rightarrow \sin \hat{B} = \frac{b}{a}$$

$$\cos : \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول وتر}} \rightarrow \cos \hat{B} = \frac{c}{a}$$

$$\tan : \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول ضلع مجاور}} \rightarrow \tan \hat{B} = \frac{b}{c}$$

$$\cot : \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول ضلع مقابل}} \rightarrow \cot \hat{B} = \frac{c}{b}$$



مثال : در مثلث قائم الزاویه اندازه‌ی ضلع AB و AC به ترتیب ۷ و ۲۴ می‌باشد. تمام نسبت‌های مثلثاتی زاویه C را محاسبه کنید.

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

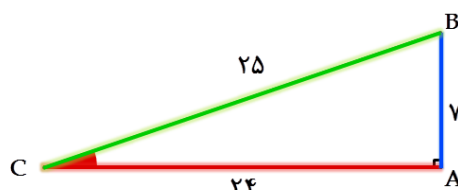
$$\rightarrow BC^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625 \rightarrow BC = 25$$

$$\sin \hat{C} = \frac{7}{25}$$

$$\cos \hat{C} = \frac{24}{25}$$

$$\tan \hat{C} = \frac{7}{24}$$

$$\cot \hat{C} = \frac{24}{7}$$



یادداشت :



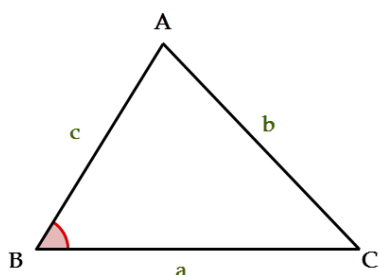
θ	0	30°	45°	60°	90°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	تعریف نشده
$\cot \theta$	تعریف نشده	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

یادداشت:

www.e-mahak.com



مساحت

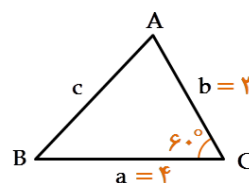


$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a c \sin \hat{B}$$

مثال : در مثلث ABC، اگر $BC = 4$ ، $AC = 3$ باشند و زاویه‌ی $C = 60^\circ$ باشد مساحت مثلث را به دست آورید. ?

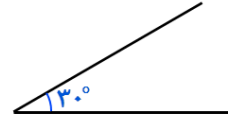
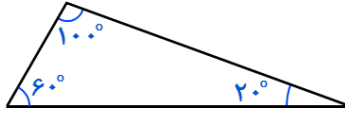
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a b \sin \hat{C} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \sin 60^\circ$$

$$\rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 3\sqrt{3}$$

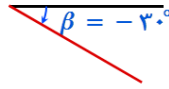
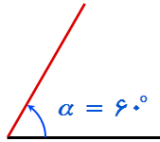


یادداشت :

www.e-mahak.com



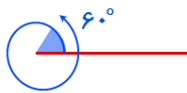
هر زاویه به وسیله **مقدار و جهت چرخش** از ضلع ابتدایی به ضلع انتهایی تعیین می شود.



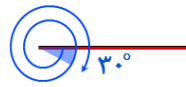
⚠ دوران در جهت حرکت عقربه های ساعت ← زاویه منفی

⚠ دوران در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت ← زاویه مثبت

⚠ ضلع انتهایی یک زاویه می تواند بیش از یک دور دوران کند.

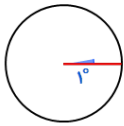


$$\theta = 360^\circ + 60^\circ = 420^\circ$$



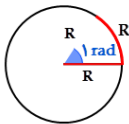
$$\theta = -(2 \times 360^\circ) + (-30^\circ) = -750^\circ$$

درجه



زاویه ی مرکزی مقابل به $\frac{1}{360}$ دایره

رادیان



زاویه ی مرکزی مقابل به کمانی به اندازه ی شعاع دایره

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

⚠ تبدیل درجه به رادیان و برعکس



اندازه ی زاویه rad طول کمان

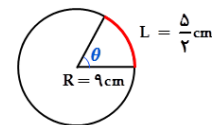
R	1
L	theta

$$\rightarrow \theta = \frac{L}{R}$$

⚠

مثال: در دایره ای به شعاع 9 cm ، اندازه ی زاویه ی مرکزی مقابل به کمانی به طول $\frac{5}{2}$ cm چند درجه است؟

$$\theta = \frac{L}{R} = \frac{\frac{5}{2} \text{ cm}}{9 \text{ cm}} \rightarrow \theta = \frac{5}{18} \text{ rad}$$



$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{18}{\pi} \rightarrow D = \frac{18 \times 180}{\pi} = \frac{50}{\pi}$$

یادداشت :



دایره‌ی مثلثاتی

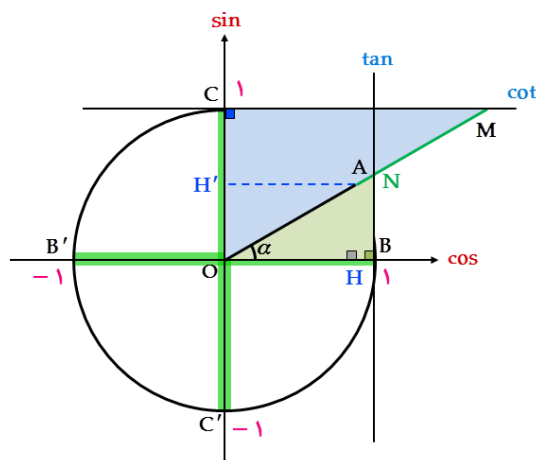
دایره‌ای به شعاع واحد که مرکز دایره بر مبدا مختصات منطبق است.

$$\Delta OAH : \begin{cases} \cos \alpha = \frac{OH}{OA} \rightarrow \cos \alpha = OH \\ \sin \alpha = \frac{AH}{OA} \xrightarrow{AH=OH'} \sin \alpha = OH' \end{cases}$$

$$\Delta ONB : \tan \alpha = \frac{BN}{OB} \rightarrow \tan \alpha = BN$$

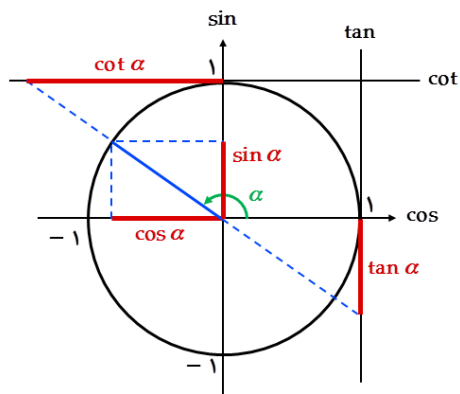
$$\Delta OMC : \cot \alpha = CM$$

⚠ $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$
 $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$

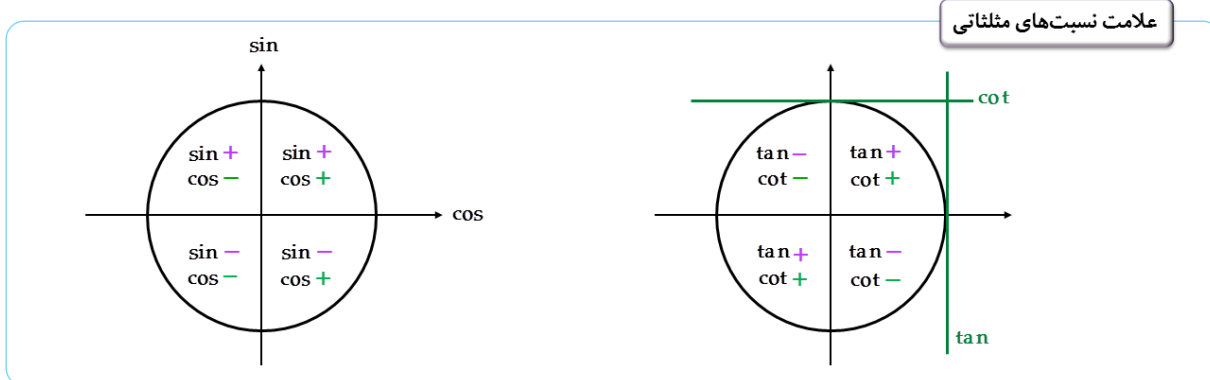


مثال : نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی 15° را روی دایره‌ی مثلثاتی نشان دهید.

$90^\circ < 150^\circ < 180^\circ \rightarrow$ ربع دوم



یادداشت :



علامت نسبت‌های مثلثاتی

مثال : ? نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی 70° را تعیین کنید.

$$70^\circ - 36^\circ = 34^\circ \rightarrow 27^\circ < 34^\circ < 36^\circ \rightarrow \text{ربع چهارم} \rightarrow \begin{cases} \sin 70^\circ < 0 \\ \cos 70^\circ > 0 \\ \tan 70^\circ < 0 \\ \cot 70^\circ < 0 \end{cases}$$

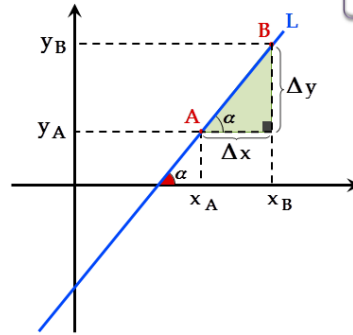
یادداشت :

www.e-mahak.com



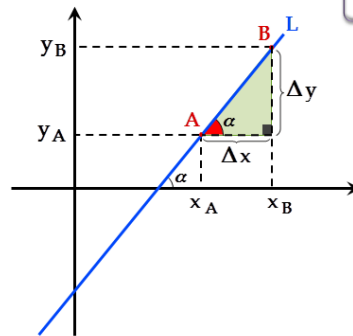
شیب

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha$$



شیب

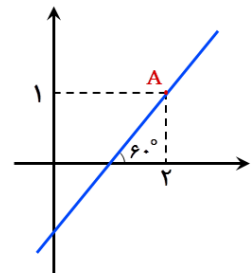
$$m = \tan \alpha$$



مثال: معادله‌ی خطی را بنویسید که با قسمت مثبت محور x ها زاویه‌ی 60° بسازد و از نقطه‌ی $A(2, 1)$ عبور می‌کند.

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{A(2, 1)} y - 1 = \sqrt{3}(x - 2) \Rightarrow y = \sqrt{3}x + 1 - 2\sqrt{3}$$

$$m = \tan \alpha = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



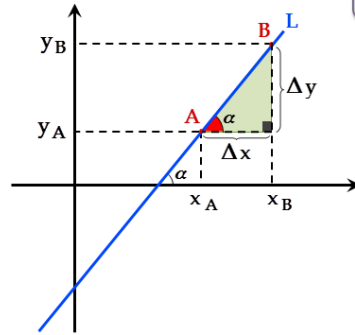
یادداشت:

www.e-mahak.com



شیب

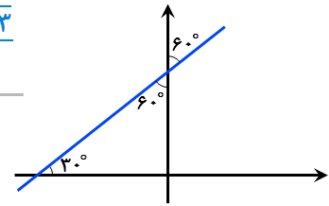
$$m = \tan \alpha$$



مثال : معادله‌ی خطی با شیب مثبت را بنویسید که با راستای مثبت محور y زاویه‌ی 60° بسازد و از نقطه‌ی $A(2, 1)$ عبور کند.

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{A(2, 1)} y - 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 2) \rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



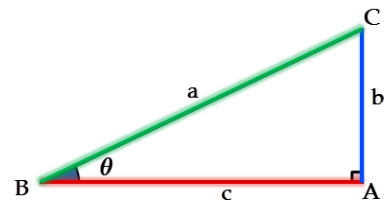
یادداشت :

www.e-mahak.com



$$\tan \theta = \frac{b}{c} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

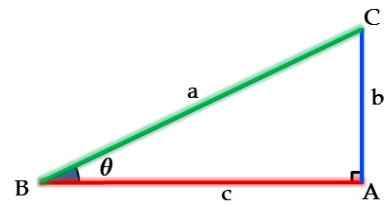
$$\cot \theta = \frac{c}{b} = \frac{\frac{c}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$



مثال: اگر $\tan \theta = 2$ باشد، حاصل کسر $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta}$ را به دست آورید.

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\cancel{\sin \theta} + \cos \theta}{\cancel{\sin \theta}} = 1 + \cot \theta = 1 + \frac{1}{\tan \theta} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ \cot \theta &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \end{aligned} \right\} \rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$



$$b^2 + c^2 = a^2 \rightarrow \frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} \rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 = 1 \rightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

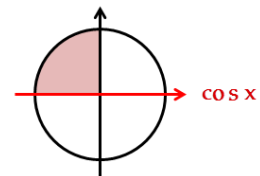
⚠️ برای مشخص کردن علامت جواب نهایی از دایره‌ی مثلثاتی استفاده می‌کنیم.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

مثال: اگر $\sin x = \frac{3}{5}$ و $90^\circ < x < 180^\circ$ باشد، مقدار $\cos x$ چقدر است؟

$$\rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \rightarrow \frac{9}{25} + \cos^2 x = 1$$

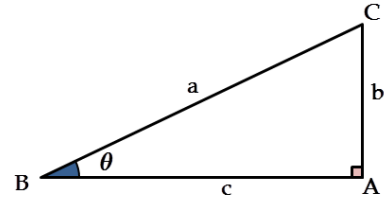
$$\rightarrow \cos^2 x = \frac{16}{25} \rightarrow \cos x = \pm \frac{4}{5} \rightarrow \cos x = -\frac{4}{5}$$



یادداشت :



$$\left. \begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ \cot \theta &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \end{aligned} \right\} \rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

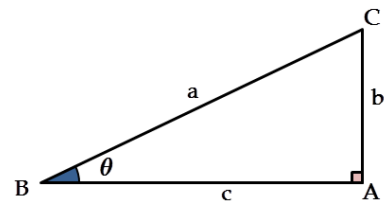


$$\rightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = 1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cancel{\cos^2 \theta} + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad 1 + \cot^2 \theta = 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\cancel{\sin^2 \theta} + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

⚠ برای مشخص کردن علامت جواب نهایی از دایره‌ی مثلثاتی استفاده می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ \cot \theta &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \end{aligned} \right\} \rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$



$$\rightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

? **مثال:** اگر $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ باشد، حاصل عبارت $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ را محاسبه کنید.

$$\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = \tan^2 \alpha + \frac{1}{\tan^2 \alpha} = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{5}{25}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \rightarrow \tan^2 \alpha = 4$$

یادداشت:

www.e-mahak.com